

4 Modelos de Análisis de Estabilidad

4.1 INTRODUCCION

Es práctica común en ingeniería definir la estabilidad de un talud en términos de un factor de seguridad (FS), obtenido de un análisis matemático de estabilidad. El modelo debe tener en cuenta la mayoría de los factores que afectan la estabilidad. Estos factores incluyen geometría del talud, parámetros geológicos, presencia de grietas de tensión, cargas dinámicas por acción de sismos, flujo de agua, propiedades de los suelos, etc., los cuales se analizaron en el capítulo 2. Sin embargo, no todos los factores que afectan la estabilidad de un talud se pueden cuantificar para incluirlos en un modelo matemático. Por lo tanto, hay situaciones en las cuales un enfoque matemático no produce resultados satisfactorios. A pesar de las debilidades de un determinado modelo, determinar el factor de seguridad asumiendo superficies probables de falla, permite al Ingeniero tener una herramienta muy útil para la toma de decisiones.

Se pueden estudiar superficies planas, circulares, logarítmicas, parabólicas y combinaciones de ellas. La mayoría de los trabajos que aparecen en la literatura sobre el tema asumen que el suelo es un material isotrópico y han desarrollado métodos de análisis de superficies circulares o aproximadamente circulares principalmente. Sin embargo, el mecanismo de falla en materiales residuales, donde aparece el suelo, la roca meteorizada y la roca sana, así como formaciones aluviales y coluviales no isotrópicas requieren de nuevos enfoques y del estudio de superficies de falla no simétricas. En los últimos años se han desarrollado algunos modelos de superficies de falla con forma no geométrica, pero se requiere todavía de un gran esfuerzo de investigación en este tema.

Condiciones drenadas o no drenadas

Las fallas de los taludes pueden ocurrir en condiciones drenadas o no drenadas. Si la inestabilidad es causada por cambios en la carga, tal como la remoción de materiales de la parte baja del talud o aumento de las cargas en la parte superior, en suelos de baja permeabilidad, estos pueden no tener tiempo suficiente para drenar durante el tiempo en el cual ocurre el cambio de carga. En ese caso se dice que las condiciones son no drenadas.

Generalmente, los suelos tienen permeabilidades suficientes para disipar las presiones de poro en exceso y se comportan en condiciones drenadas.

Para ratas normales de carga, que equivalen a meses o semanas, suelos con permeabilidades mayores de 10^{-4} cm/seg., se pueden considerar drenadas y suelos con permeabilidades menores de 10^{-7} cm/seg., se consideran no drenadas. Mientras las permeabilidades intermedias se consideran parcialmente drenadas.

Duncan (1996) recomienda que para los taludes en los cuales la causa de la falla es el aumento de la presión de poros debida a las lluvias, el problema debe analizarse como condición drenada.

Para determinar las condiciones de drenaje Duncan (1996) sugiere utilizar la siguiente expresión:

$$T = \frac{C_v t}{D^2}$$

Donde:

T = Factor adimensional

C_v = Coeficiente de consolidación

t = Tiempo de drenaje

D = Longitud del camino de drenaje o distancia de salida del agua al cambio de presiones.

Si T es mayor de 3 la condición es drenada.

Si T es menor de 0.01 la condición es no drenada.

Si T está entre 0.01 y 3.0 ocurre drenaje parcial durante el tiempo de cambio de cargas.

En este caso deben analizarse ambas condiciones. El caso drenado y el caso no drenado.

Análisis con esfuerzos totales o efectivos

Los problemas de estabilidad de taludes pueden analizarse suponiendo sistemas de esfuerzos totales o efectivos. En principio, siempre es posible analizar la estabilidad de un talud utilizando el método de presión efectiva, porque la resistencia del suelo es gobernada por las presiones efectivas tanto en la condición drenada, como en la condición no drenada. Pero en la práctica sin embargo es virtualmente imposible determinar con precisión cuales son los excesos de presión de poro que se van a generar por los cambios en las cargas (excavaciones, colocación de rellenos o cambios en el nivel de agua). Debido a esta razón no es posible desarrollar análisis precisos de estabilidad en estas condiciones, utilizando procedimientos de esfuerzos efectivos. Sin embargo, se puede trabajar todo el análisis utilizando presiones efectivas, sin que se requiera especificar los valores de los excesos de poro en las condiciones no drenadas.

Resistencias al cortante

La resistencia al cortante para utilizar en los análisis puede ser medida de dos formas:

- a. En el laboratorio o en ensayos de campo, en tal forma que las cargas aplicadas, sean lo suficientemente lentas para que se produzca drenaje.
- b. En el laboratorio utilizando ensayos consolidados no drenados.

Los envolventes de falla determinadas usando estos dos métodos se han encontrado que son las mismas para todos los fines prácticos (Bishop y Bjerrum, 1960).

Estudios realizados por Skempton revelan que las resistencias drenadas pico de arcillas sobreconsolidadas duras, son mayores en el laboratorio que las resistencias drenadas que pueden ser movilizadas en el campo en un periodo de tiempo.

Skempton recomienda realizar los ensayos remoldeando la arcilla en el laboratorio a un contenido de agua cercano al límite líquido, reconsolidándolo en el laboratorio y midiendo la resistencia en una condición normalmente consolidada. En los casos en los cuales ya ha ocurrido la falla del talud, se recomienda utilizar las resistencias residuales (Skempton, 1970,1977,1985).

Para suelos parcialmente saturados tales como arcillas compactadas o suelos arcillosos por encima del nivel freático, las resistencias no drenadas deben obtenerse utilizando ensayos no consolidados no drenados en muestras con el mismo grado de saturación que el suelo en el campo. La envolvente de falla para esos suelos generalmente, es curva y por lo tanto es importante utilizar el mismo rango de presiones de confinamiento en los ensayos de laboratorio que en el campo.

Para suelos que son completamente saturados, el ángulo de fricción para condiciones no drenadas es igual a cero. La resistencia no drenada para suelos saturados puede ser determinada de ensayos no consolidados no drenados.

Pesos unitarios y presiones de poro

Los problemas de estabilidad de taludes pueden formularse correctamente en términos de esfuerzos totales, utilizando pesos unitarios totales y límites externos de presión de poros.

Los pesos unitarios totales son pesos húmedos por encima del nivel freático y saturados por debajo del nivel freático. En el caso de que se utilicen pesos sumergidos, se debe ignorar la presencia de nivel freático.

Las condiciones de presión de poros son generalmente, obtenidas de las características de las aguas subterráneas y pueden especificarse para los análisis utilizando los siguientes métodos:

1. Superficie freática

Esta superficie o línea en dos direcciones se define como el nivel libre del agua subterránea. En una superficie freática la presión de poros es calculada de acuerdo a las condiciones de estado de régimen permanente (Steady-state), de acuerdo al diagrama que se muestra en la figura 4.1. Este concepto se basa en la suposición de que todas las líneas equipotenciales sean ortogonales. Entonces, si la inclinación del segmento de superficie freática es θ y la distancia vertical entre el punto y la superficie freática es h_w , entonces la presión de poros está dada por la expresión $u = \gamma_w (h_w \cos^2 \theta)$

En el caso de líneas freáticas de gran pendiente, el cálculo anterior puede resultar sobre estimado y se requiere tener en cuenta que las líneas equipotenciales tienden a ser curvas.

2. Datos piezométricos

Es la especificación de presiones de poros en puntos discretos dentro del talud y la utilización de un esquema de interpolación para estimar las presiones de poro requeridas a cualquier punto. Las presiones piezométricas pueden determinarse mediante piezómetros, redes de flujo o soluciones numéricas, utilizando diferencias finitas o elementos finitos. Aunque este sistema está disponible solamente en muy pocos de los programas de computador existentes, se recomienda por su confiabilidad para representar las condiciones reales en el campo (Chugh, 1981).

3. Relación de presión de poros

Este es un método muy simple y popular para normalizar el valor de la presión de poros en un talud de acuerdo a la definición:

$$r_u = \frac{u}{\sigma_v}$$

Donde:

u = Presión de poros

σ_v = Esfuerzo total vertical del suelo a una profundidad z .

Este factor se implementa fácilmente, pero la mayor dificultad está asociada con la asignación de este parámetro a diferentes partes del talud. En ocasiones, el talud requiere de una extensiva subdivisión en regiones con diferentes valores de r_u .

4. Superficie piezométrica

Esta superficie se define para el análisis de una determinada superficie de falla. Debe tenerse claridad en que la superficie piezométrica no es la superficie freática y que el método de calcular la presión de poros es diferente para los dos casos. En la superficie piezométrica, la presión de poros es la distancia vertical entre la superficie piezométrica indicada y el punto (figura 4.1).

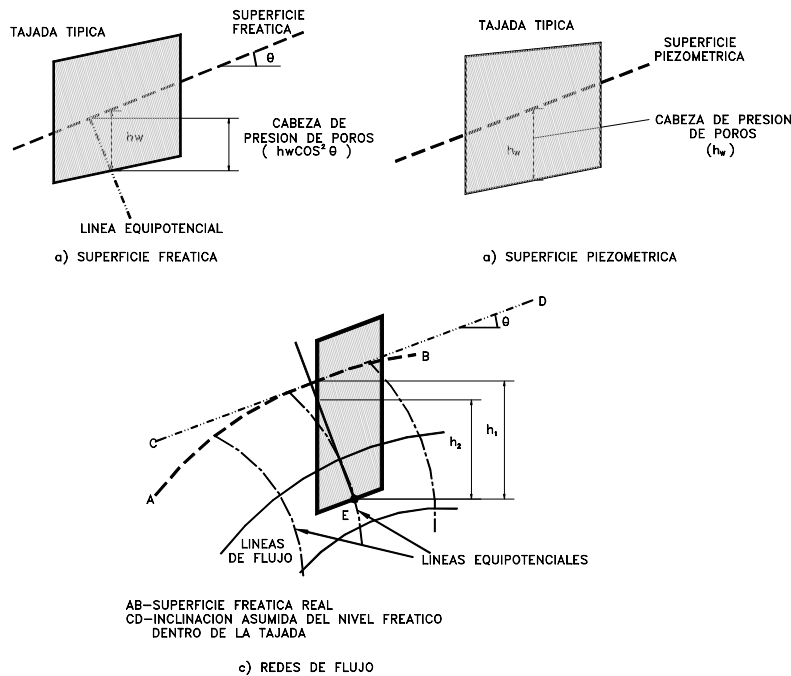


Figura 4.1 Presión de poros en las tajadas de análisis de estabilidad, para superficies piezométricas, líneas de nivel freático y redes de flujo.

5. Presión de poros constante

Este procedimiento puede utilizarse si el Ingeniero desea especificar una presión de poros constante en una determinada capa de suelo. Este sistema puede utilizarse para analizar la estabilidad de rellenos colocados sobre suelos blandos, durante la construcción donde se generan presiones de poro, de acuerdo a la teoría de la Consolidación.

Efecto de los ductos de agua en la corona de los taludes sobre el análisis de estabilidad

Siempre que sea posible es imperativo el localizar los ductos de agua lejos de la corona de taludes o laderas donde se requiera su estabilidad. Como una regla general la distancia entre la corona de los taludes y la localización de todo tipo de tuberías y servicios debe ser igual a la altura total del talud. Aunque este es el estandar mínimo recomendado (Abramson, 1996), en ocasiones se requieren aislamientos mayores.

En el caso en el cual no es posible mantener estos aislamientos, el talud debe diseñarse para tener en cuenta su saturación debida a la muy posible infiltración de agua, teniendo en cuenta que en la mayoría de los casos se producen fugas de los ductos.

Grietas de tensión en los análisis de estabilidad

La existencia de grietas de tensión aumenta la tendencia de un suelo a fallar, la longitud de la superficie de falla a lo largo de la cual se genera resistencia es reducida y adicionalmente la grieta puede llenarse con agua, en el caso de lluvias.

La profundidad de las grietas de tensión puede determinarse de acuerdo a la siguiente expresión:

$$z_c = \frac{2c}{\gamma} \tan^2 \left(45 + \frac{1}{2}\phi \right)$$

Donde:

z_c = Profundidad de la grieta de tensión

c = cohesión

γ = Peso unitario del suelo

ϕ = Angulo de fricción

Generalmente se recomienda la utilización de parámetros efectivos.

La presencia de grietas de tensión dificulta en forma considerable la confiabilidad de los análisis cuando no se tiene en cuenta este factor. Las grietas de tensión son muy importantes y profundas en cortes de taludes, donde existe un alivio de presiones de confinamiento al ejecutarse la excavación.

4.2 EQUILIBRIO LIMITE Y FACTOR DE SEGURIDAD

El análisis de los movimientos de los taludes o laderas durante muchos años se ha realizado utilizando las técnicas del equilibrio límite. Este tipo de análisis requiere información sobre la resistencia del suelo, pero no se requiere sobre la relación esfuerzo-deformación.

El sistema de equilibrio límite supone que en el caso de una falla, las fuerzas actuantes y resistentes son iguales a lo largo de la superficie de falla equivalentes a un factor de seguridad de 1.0.

El análisis se puede realizar estudiando directamente la totalidad de la longitud de la superficie de falla o dividiendo la masa deslizada en tajadas o dovelas. Cada día se han mejorado los sistemas de Dovelas desarrollados a inicios del siglo XX y existe

Software muy fácil de utilizar. Generalmente, los métodos son de iteración y cada uno de los métodos posee un cierto grado de precisión.

Tabla 4.1 Métodos de análisis de estabilidad de taludes

Método	Superficies de falla	Equilibrio	Características
Ordinario o de Fellenius (Fellenius 1927)	Circulares	De fuerzas	Este método no tiene en cuenta las fuerzas entre las dovelas y no satisface equilibrio de fuerzas, tanto para la masa deslizada como para dovelas individuales. Sin embargo, este método es muy utilizado por su procedimiento simple. Muy impreciso para taludes planos con alta presión de poros. Factores de seguridad bajos.
Bishop simplificado (Bishop 1955)	Circulares	De momentos	Asume que todas las fuerzas de cortante entre dovelas son cero. Reduciendo el número de incógnitas. La solución es sobredeterminada debido a que no se establecen condiciones de equilibrio para una dovela.
Janbú Simplificado (Janbú 1968)	Cualquier forma de superficie de falla.	De fuerzas	Al igual que Bishop asume que no hay fuerza de cortante entre dovelas. La solución es sobredeterminada que no satisface completamente las condiciones de equilibrio de momentos. Sin embargo, Janbú utiliza un factor de corrección F_0 para tener en cuenta este posible error. Los factores de seguridad son bajos.
Sueco Modificado. U.S. Army Corps of Engineers (1970)	Cualquier forma de la superficie de falla.	De fuerzas	Supone que las fuerzas tienen la misma dirección que la superficie del terreno. Los factores de seguridad son generalmente altos.
Lowe y Karafiath (1960)	Cualquier forma de la superficie de falla.	De fuerzas	Asume que las fuerzas entre partículas están inclinados a un ángulo igual al promedio de la superficie del terreno y las bases de las dovelas. Esta simplificación deja una serie de incógnitas y no satisface el equilibrio de momentos. Se considera el más preciso de los métodos de equilibrio de fuerzas.
Spencer (1967)	Cualquier forma de la superficie de falla.	Momentos y fuerzas	Asume que la inclinación de las fuerzas laterales son las mismas para cada tajada. Rigurosamente satisface el equilibrio estático asumiendo que la fuerza resultante entre tajadas tiene una inclinación constante pero desconocida.
Morgenstern y Price (1965)	Cualquier forma de la superficie de falla.	Momentos y fuerzas	Asume que las fuerzas laterales siguen un sistema predeterminado. El método es muy similar al método Spencer con la diferencia que la inclinación de la resultante de las fuerzas entre dovelas se asume que varía de acuerdo a una función arbitraria.
Sarma (1973)	Cualquier forma de la superficie de falla.	Momentos y fuerzas	Asume que las magnitudes de las fuerzas verticales siguen un sistema predeterminado. Utiliza el método de las dovelas para calcular la magnitud de un coeficiente sísmico requerido para producir la falla. Esto permite desarrollar una relación entre el coeficiente sísmico y el factor de seguridad. El factor de seguridad estático corresponde al caso de cero coeficiente sísmico. Satisface todas las condiciones de equilibrio; sin embargo, la superficie de falla correspondiente es muy diferente a la determinada utilizando otros procedimientos más convencionales.
Elementos finitos	Cualquier forma de la superficie de falla.	Analiza esfuerzos y deformaciones.	Satisface todas las condiciones de esfuerzo. Se obtienen esfuerzos y deformaciones en los nodos de los elementos, pero no se obtiene un factor de seguridad.
Espiral logarítmica	Espiral logarítmica	Momentos y fuerzas.	Existen diferentes métodos con diversas condiciones de equilibrio.

El Factor de Seguridad es empleado por los Ingenieros para conocer cual es el factor de amenaza de que el talud falle en las peores condiciones de comportamiento para el cual se diseña. Fellenius (1927) presentó el factor de seguridad como la relación entre la resistencia al corte real, calculada del material en el talud y los esfuerzos de corte críticos que tratan de producir la falla, a lo largo de una superficie supuesta de posible falla:

$$F.S. = \frac{\text{Resistencia al corte}}{\text{Esfuerzo al cortante}}$$

En superficies circulares donde existe un centro de giro y momentos resistentes y actuantes:

$$F.S. = \frac{\text{Momento resistente}}{\text{Momento actuante}}$$

Existen, además, otros sistemas de plantear el factor de seguridad, tales como la relación de altura crítica y altura real del talud y método probabilístico.

La mayoría de los sistemas de análisis asumen un criterio de “equilibrio límite” donde el criterio de falla de Coulomb es satisfecho a lo largo de una determinada superficie (Tabla 4.1).

Se estudia un cuerpo libre en equilibrio, partiendo de las fuerzas actuantes y de las fuerzas resistentes que se requieren para producir el equilibrio. Calculada esta fuerza resistente, se compara con la disponible del suelo o roca y se obtiene una indicación del Factor de Seguridad.

Otro criterio es el de dividir la masa a estudiar en una serie de tajadas, dovelas o bloques y considerar el equilibrio de cada tajada por separado. Una vez realizado el análisis de cada tajada se analizan las condiciones de equilibrio de la sumatoria de fuerzas o de momentos.

$$F.S. = \frac{\sum \text{Resistencias al corte}}{\sum \text{Esfuerzos al cortante}}$$

4.3 METODOS DE ANALISIS

A continuación se presentan algunos métodos de análisis universalmente conocidos para el cálculo del Factor de Seguridad.

4.3.1 Método de tablas o número de estabilidad

Para taludes simples homogéneos se han desarrollado tablas que permiten un cálculo rápido del Factor de Seguridad. Existe una gran cantidad de tablas desarrolladas por diferentes Autores. La primera de ellas fue desarrollada por Taylor en 1937 y 1948, las cuales son aplicables solamente para análisis de esfuerzos totales, debido a que no considera presiones de poro. Desde entonces varias tablas han sido sucesivamente presentadas por Bishop y Morgenstern (1960), Hunter y Schuster (1968), Janbú (1968),

Morgenstern (1963), Spencer (1967), Terzaghi y Peck (1967) y otros, las cuales se resumen en la tabla 4.2.

Tabla 4.2 Listado de tablas para cálculo de estabilidad de taludes disponibles en la literatura

Autor	Parámetros	Inclinación de talud	Método analítico utilizado	Observaciones
Taylor (1948)	c_u c, ϕ	0-90° 0-90°	$\phi = 0$ Círculo de fricción	Análisis no drenado. Taludes secos solamente.
Bishop y Morgenstern (1960)	c, ϕ, r_u	11-26.5°	Bishop	Primero en incluir efectos del agua.
Gibsson y Morgenstern (1960)	c_u	0-90°	$\phi = 0$	Análisis no drenado con cero resistencia en la superficie y c_u aumenta linealmente con la profundidad.
Spencer (1967)	c, ϕ, r_u	0-34°	Spencer	Círculos de pie solamente.
Janbú (1968)	c_u c, ϕ, r_u	0-90°	$\phi = 0$ Janbú GPS	Una serie de tablas para diferentes efectos de movimiento de agua y grietas de tensión.
Hunter y Schuster (1968)	c_u	0-90°	$\phi = 0$	Análisis no drenado con una resistencia inicial en la superficie y c_u aumenta linealmente con la profundidad.
Chen y Giger (1971)	c, ϕ	20-90°	Análisis límite	
O'Connor y Mitchell (1977)	c, ϕ, r_u	11-26°	Bishop	Bishop y Morgenstern (1960) extendido para incluir $N_c = 0.1$
Hoek y Bray (1977)	c, ϕ c, ϕ	0-90° 0-90°	Círculo de fricción Cuña	Incluye agua subterránea y grietas de tensión. Análisis de bloque en tres dimensiones.
Cousins (1978)	c, ϕ	0-45°	Círculo de fricción	Extensión del método de Taylor (1948).
Charles y Soares (1984)	ϕ	26-63°	Bishop	Envolvente de falla no lineal de Mohr-Coulomb.
Barnes (1991)	c, ϕ, r_u	11-63°	Bishop	Extensión de Bishop y Morgenstern (1960) para un rango mayor de ángulos del talud.

A continuación se presenta un resumen de las tablas desarrolladas por Janbú (1968). Esta serie de tablas tiene en cuenta diferentes condiciones geotécnicas y factores de sobrecarga en la corona del talud, incluye sumergencia y grietas de tensión.

a. Para suelos $\phi = 0$

Las tablas indicadas en la Figura 4.2 pueden ser utilizadas para el análisis de estabilidad de taludes de suelos arcillosos sin fricción, de acuerdo a procedimiento desarrollado por Janbú (1968).

El Factor de Seguridad se obtiene por la siguiente expresión:

$$F.S. = N_o \frac{c}{\gamma H}$$

Donde:

N_o = Número de estabilidad que se obtiene de la tabla

c = Cohesión

γ = Peso unitario del suelo

H = Altura del talud

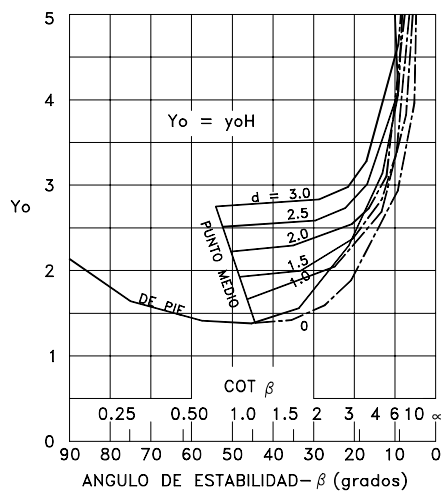
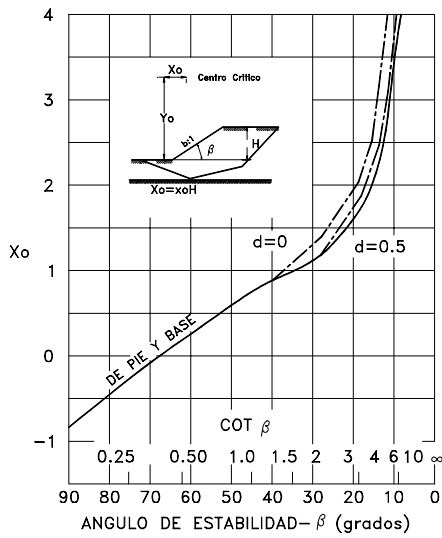
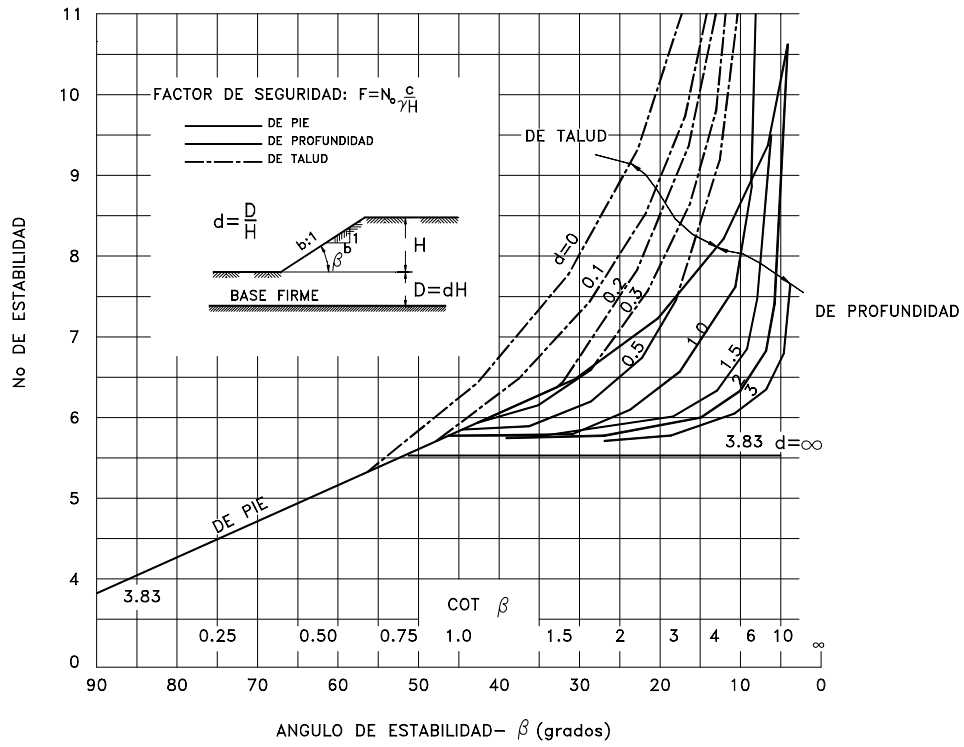


Figura 4.2 Tablas de estabilidad para suelos cohesivos ($\phi = 0$) de acuerdo a Janbú (1968).

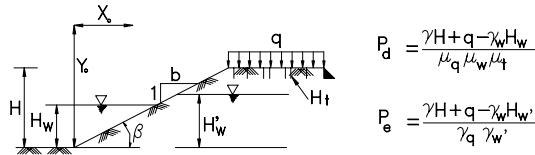
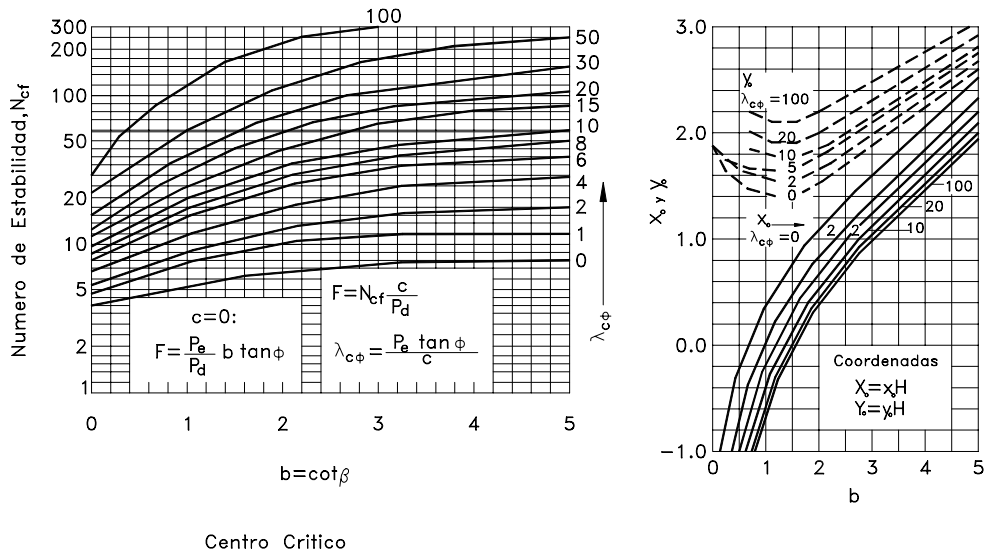


Figura 4.3 Tablas de estabilidad para suelos no cohesivos $\phi > 0$ de acuerdo a Janbú(1968).

b. Para suelos $\phi > 0$

En la mayoría de los casos para suelos $\phi > 0$ el círculo crítico pasa por el pie del talud y la tabla de estabilidad que se muestra en la figura 4.3, se basa en esta suposición. El factor de seguridad F es calculado por la expresión:

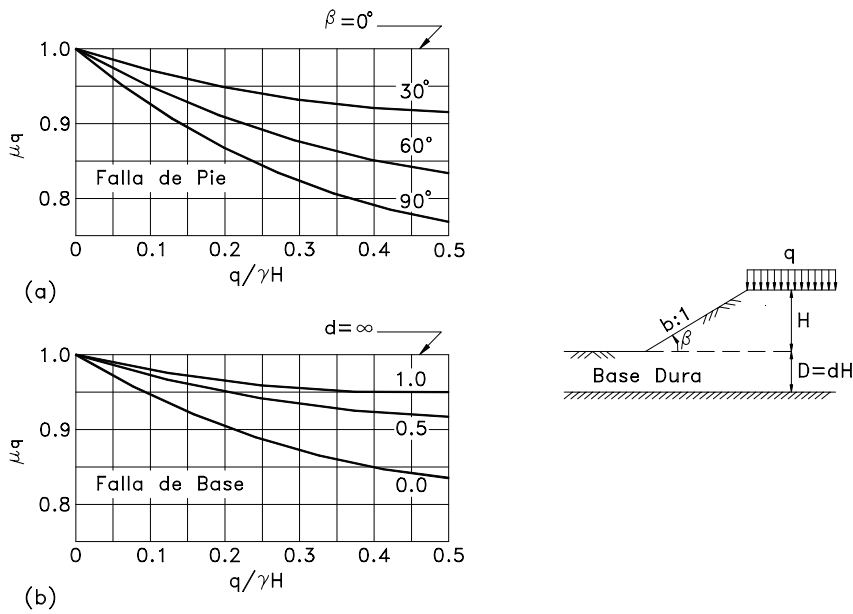
$$F = N_{cf} \frac{c}{P_d}$$

Donde:

N_{cf} y P_d son los obtenidos en la gráfica y c es la cohesión promedio

Al utilizar las tablas de Janbú se pueden emplear los factores de corrección por grietas de tensión, sobrecarga, sumergencia y flujo que se presentan en las figuras 4.4 y 4.5.

Corrección por Sobrecarga



Corrección por Sumergencia (μ_w) y Flujo ($\mu'w$)

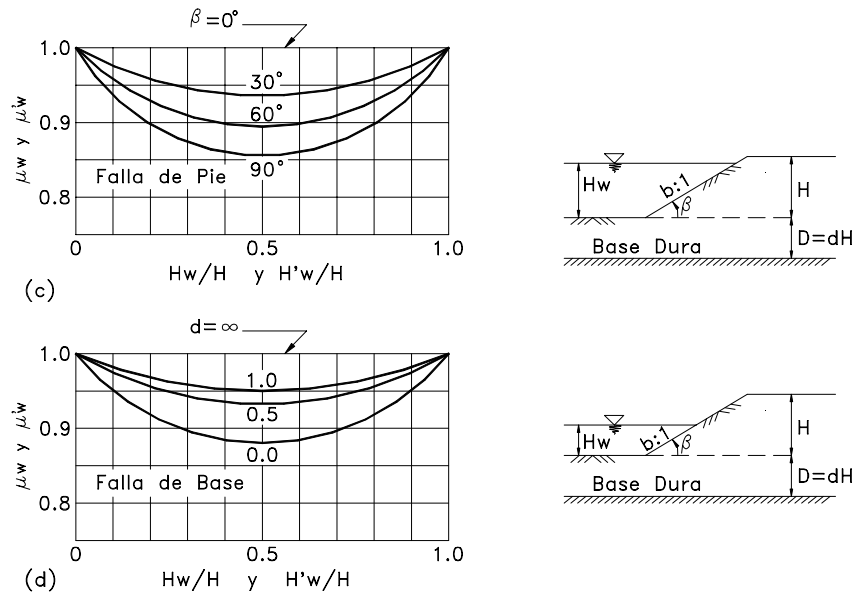


Figura 4.4 Factores de corrección por sobrecarga, sumergencia y flujo (Janbú, 1968).

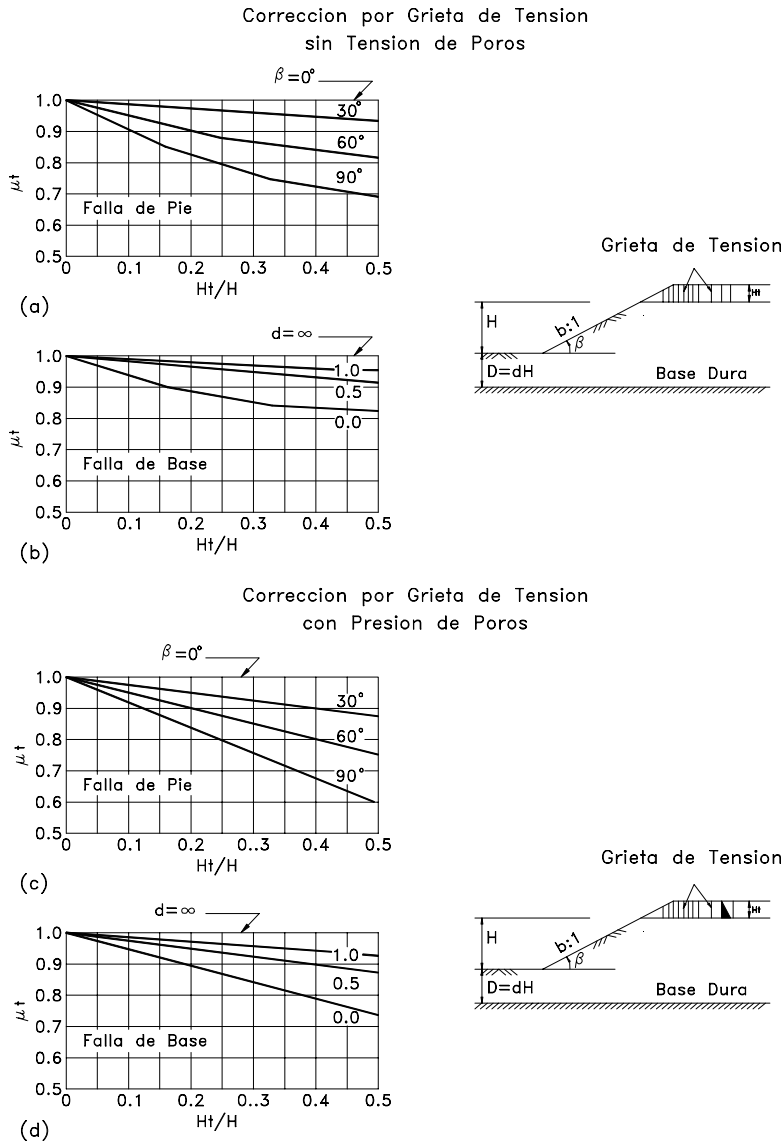


Figura 4.5 Factores de corrección por grietas de tensión para su uso en las tablas de estabilidad (Janbú 1968).

4.3.2 Método del talud infinito

En las condiciones en las cuales se presenta una falla paralela a la superficie del talud, a una profundidad somera y la longitud de la falla es larga comparada con su espesor, se puede utilizar en forma precisa aproximada, el análisis de talud infinito. Es un sistema muy rápido y sencillo para determinar el Factor de seguridad de un talud, suponiendo un talud largo con una capa delgada de suelo, en el cual cualquier tamaño de columna de suelo es representativo de todo el talud (Figura 4.6).

Suposiciones:
 Suelo isotrópico y homogéneo
 Talud infinitamente largo
 Superficie de falla paralela al talud

Metodología

Para un talud uniforme y relativamente largo, en el cual el mecanismo de falla esperado no es muy profundo, los efectos de borde son despreciables y el Factor de Seguridad puede calcularse para un talud infinito de una unidad de área utilizando el criterio Mohr - Coulomb.

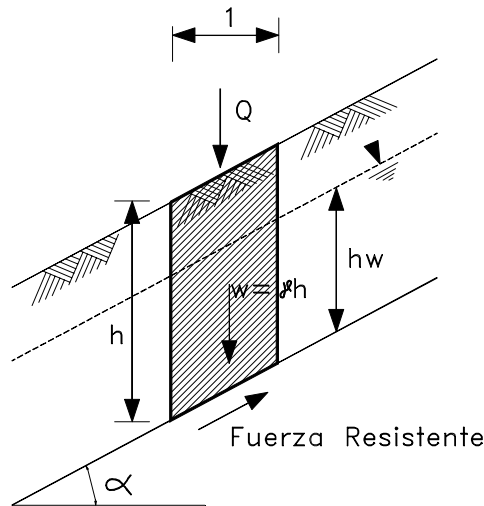


Figura 4.6 Diagrama de análisis, método del talud infinito

$$F.S. = \frac{C + (\gamma h - \gamma_w h_w) \cos \alpha \tan \phi}{\gamma h \sin \alpha}$$

Simplificando para un talud seco de suelos no cohesivos (C = 0)

$$F.S. = \frac{\tan \phi}{\tan \alpha}$$

El ángulo para factor de seguridad igual a 1.0 se le denomina ángulo de reposo.

4.3.3 Método del bloque deslizando

El análisis de bloque puede utilizarse cuando existe a una determinada profundidad, una superficie de debilidad relativamente recta y delgada. La masa que se mueve puede dividirse en dos o más bloques y el equilibrio de cada bloque se considera independientemente, utilizando las fuerzas entre bloques (Figura 4.7). No considera la deformación de los bloques y es útil cuando existe un manto débil o cuando aparece un manto muy duro sobre el cual se puede presentar el deslizamiento.

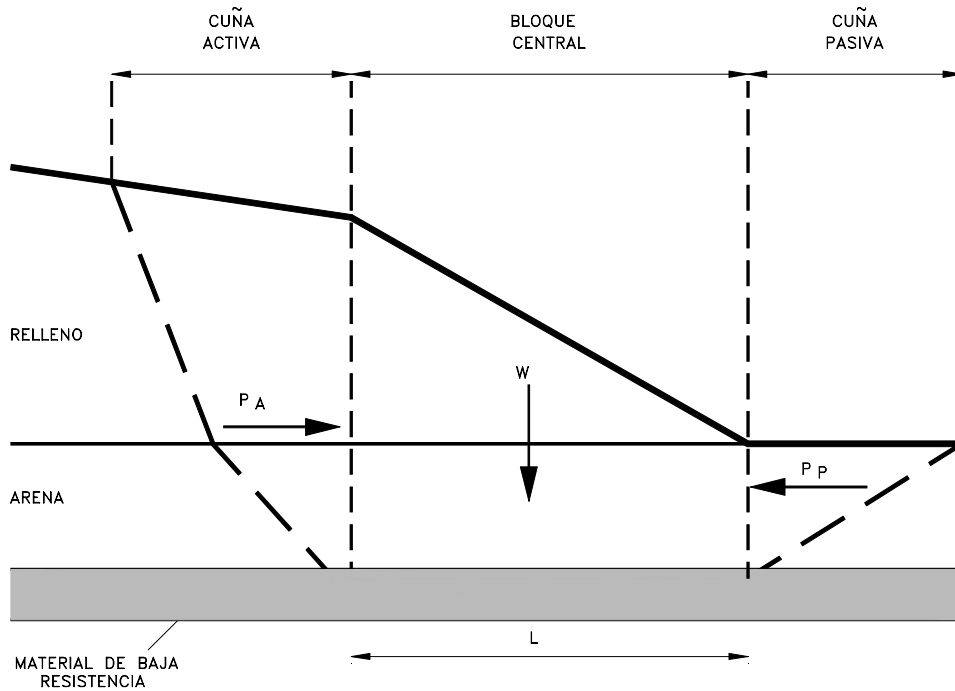


Figura 4.7 Esquema del método del bloque deslizante.

En el caso de tres bloques, la cuña superior se le llama cuña activa y las otras dos, cuña central y pasiva, respectivamente. El factor de seguridad puede calcularse sumando las fuerzas horizontales así:

$$F.S. = \frac{P_p + c'_m L + (W - u) \tan \theta'_m}{P_a}$$

Donde:

P_p = Fuerza pasiva producida por la cuña inferior.

P_a = Fuerza activa producida por la cuña superior.

c'_m = Cohesión efectiva del suelo blando en la base del bloque central.

L = Longitud del fondo del bloque central.

W = Peso total del bloque central.

u = Fuerza total de poros en el fondo del bloque central.

θ'_m = Fricción del suelo en el fondo del bloque.

Los valores de las presiones activas y pasivas pueden obtenerse utilizando las teorías de presión de tierras de Rankine o de Coulomb, teniendo en cuenta el valor de la cohesión movilizada. Una expresión similar también puede obtenerse para el caso cuando hay dos bloques interrelacionados.

4.3.4 Método Ordinario o de Fellenius

Conocido también como método Sueco, método de las Dovelas o método U.S.B.R. Este método asume superficies de falla circulares, divide el área de falla en tajadas verticales, obtiene las fuerzas actuantes y resultantes para cada tajada y con la sumatoria de estas fuerzas obtiene el Factor de Seguridad.

Las fuerzas que actúan sobre una dovela son (Figura 4.8):

- El peso o fuerza de gravedad, la cual se puede descomponer en una tangente y una normal a la superficie de falla.
- Las fuerzas resistentes de cohesión y fricción que actúan en forma tangente a la superficie de falla.
- Las fuerzas de presión de tierras y cortante en las paredes entre dovelas, las cuales no son consideradas por Fellenius, pero sí son tenidas en cuenta en otros métodos de análisis más detallados.

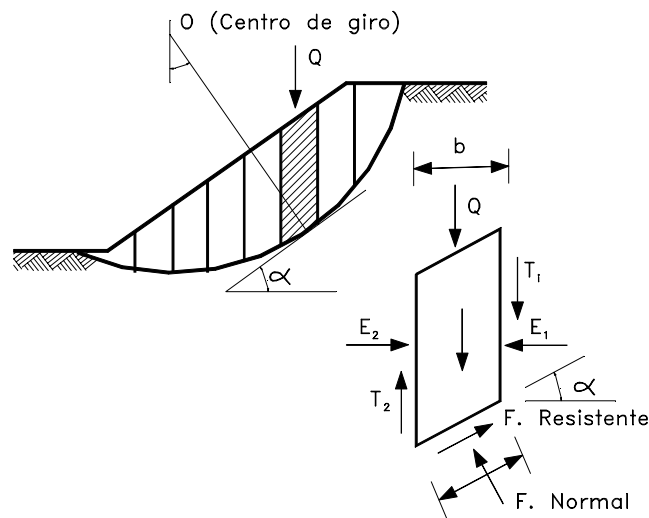


Figura 4.8 Fuerzas que actúan sobre una dovela en los métodos de dovelas.

El método de Fellenius calcula el Factor de seguridad con la siguiente expresión:

$$F.S. = \frac{\sum [C' b \sec \alpha + (W \cos \alpha - u b \sec \alpha) \tan \phi]}{\sum W \sin \alpha}$$

α = Angulo del radio del círculo de falla con la vertical bajo el centroide en cada tajada.

W = Peso total de cada tajada.

u = Presión de poros = $\gamma_w h_w$

b = Ancho de la tajada

C', ϕ = Parámetros de resistencia del suelo.

4.3.5 Método de Bishop

Bishop (1955) presentó un método utilizando Dovelas y teniendo en cuenta el efecto de las fuerzas entre las Dovelas.

La solución rigurosa de Bishop es muy compleja y por esta razón se utiliza una versión simplificada de su método, de acuerdo a la expresión:

$$F.S. = \frac{\sum [C' b + (W - ub) \tan \phi' / ma]}{\sum W \text{sen} \alpha}$$

Donde:

$$ma = \text{Cos} \alpha \left(1 + \frac{\text{Tan} \alpha \text{Tan} \phi}{F.S.} \right)$$

b = Ancho de la Dovela

W = Peso de cada dovela

C', ϕ = Parámetros de resistencia del suelo.

u = Presión de poros en la base de cada dovela = $\gamma_w \times h_w$

α = Angulo del radio y la vertical en cada dovela.

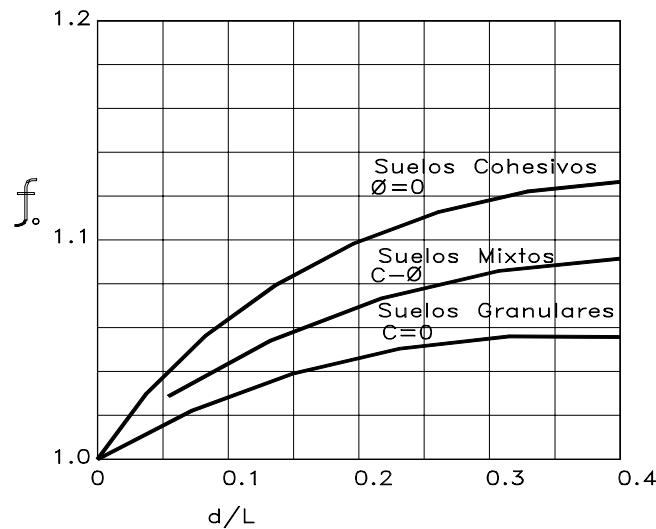
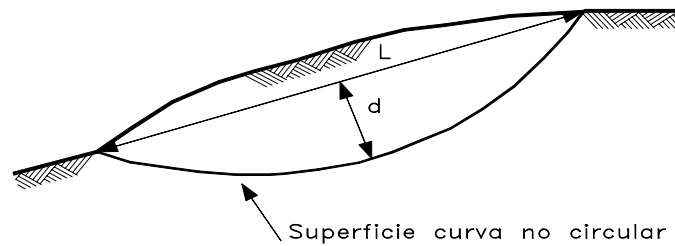


Figura 4.9 Diagrama para determinar el factor f_0 para el método de Janbú.

4.3.6 Método de Janbú

Janbú (1973) presenta un método de Dovelas para superficies de falla curvas, no circulares.

De acuerdo con Janbú (ecuación modificada):

$$F.S. = \frac{f_o \sum \left\{ [c'b + (W - ub) \tan \phi] \frac{1}{\cos \alpha m a} \right\}}{\sum (W \tan \alpha)}$$

Donde f_o depende de la curvatura de la superficie de falla (figura 4.9).

Comparación de los diversos métodos

La cantidad de métodos que se utilizan, los cuales dan resultados diferentes y en ocasiones contradictorios son una muestra de la incertidumbre que caracteriza los análisis de estabilidad.

Los métodos más utilizados por los ingenieros geotécnicos en todo el mundo son los simplificados de Bishop y de Janbú, los cuales en su concepción teórica no satisfacen equilibrios de fuerzas o de momentos. Los valores de factores de seguridad que se obtienen por estos dos métodos generalmente, difieren en forma importante de resultados utilizando procedimientos que satisfacen el equilibrio, como son los métodos de Spencer y de Morgenstern-Price.

Aunque una comparación directa entre los diversos métodos no es siempre posible, los factores de seguridad determinados con el método de Bishop difieren por aproximadamente el 5% con respecto a soluciones más precisas, mientras el método simplificado de Janbú generalmente, subestima el factor de seguridad hasta valores del 30%, aunque en algunos casos los sobrestima hasta valores del 5%. Esta aseveración fue documentada por Fredlund y Krahn (1977). Los métodos que satisfacen en forma más completa el equilibrio son más complejos y requieren de un mejor nivel de comprensión del sistema de análisis. En los métodos más complejos y precisos se presentan con frecuencia problemas numéricos que conducen a valores no realísticos de FS. Por las razones anteriores se prefieren métodos más sencillos pero más fáciles de manejar como son los métodos simplificados de Bishop o de Janbú.

4.4 METODOS NUMERICOS Y APLICACIONES DEL COMPUTADOR

El auge que ha tomado en los últimos años el uso del computador prácticamente, ha obligado a su empleo para el análisis de estabilidad de taludes, en la mayoría de los casos. Este sistema ha permitido incorporar más información en los modelos de análisis y permite analizar situaciones que no eran posibles con los sistemas manuales.

Actualmente se conocen programas comerciales de software para computador, tales como SLOPE/W, STABLE y TALREN, los cuales permiten de una forma rápida y sencilla obtener los factores de seguridad de taludes o laderas con cierto grado de complejidad y por cualesquiera de los métodos de análisis. Algunos métodos emplean

los elementos finitos, con muy poco éxito en la estabilidad de taludes específicos, y otros emplean análisis de equilibrio por interacción, siendo este último sistema muy empleado universalmente.

Análisis por elementos finitos

El método de elementos finitos resuelve muchas de las deficiencias de los métodos de equilibrio límite, este método fue introducido por Clough y Woodward (1967). El método esencialmente divide la masa de suelo en unidades discretas que se llaman elementos finitos. Estos elementos se interconectan en sus nodos y en bordes predefinidos. El método típicamente utilizado es el de la formulación de desplazamientos, el cual presenta los resultados en forma de esfuerzos y desplazamientos a los puntos nodales. La condición de falla obtenida es la de un fenómeno progresivo en donde no todos los elementos fallan simultáneamente. Aunque es una herramienta muy poderosa su utilización es muy compleja y su uso muy limitado para resolver problemas prácticos. Wong (1984) menciona la dificultad de obtener factores de seguridad a la falla.

Aunque su utilización no está muy expandida existen algunos programas de análisis de estabilidad de taludes utilizando métodos numéricos. De estos se conocen los programas FLAC, UDEC (Benko-Stead-1993), PLAXIS entre otros.

En el método FLAC los materiales son representados por zonas para formar una malla de acuerdo a la geometría y se puede seleccionar una variedad de relaciones esfuerzo/deformación.

En el método UDEC el talud se divide en bloques de acuerdo al sistema de juntas o grietas, los cuales pueden ser rígidos o deformables.

Un análisis por elementos finitos debe satisfacer las siguientes características:

1. Debe mantenerse el equilibrio de esfuerzos en cada punto, el cual es realizado empleando la teoría elástica para describir los esfuerzos y deformaciones. Para predecir el nivel de esfuerzos se requiere conocer la relación esfuerzo - deformación.
2. Las condiciones de esfuerzos de frontera deben satisfacerse.

Existe dificultad en la mayoría de los casos prácticos reales para definir la relación esfuerzo - deformación, por lo difícil que es describir los depósitos de suelos naturales en términos de esfuerzo - deformación. Otra limitante es el poco conocimiento de los esfuerzos reales "in situ" que se requieren para incorporar en el modelo. Solamente en casos de proyectos de grandes presas y cortes en roca para objetivos mineros, se han desarrollado programas exitosos de estudio de taludes por elementos finitos.

Generalmente, se usa un análisis en dos direcciones por la facilidad de su aplicación, de acuerdo a la capacidad de los computadores sencillos.

El análisis planar o en dos direcciones asume cero esfuerzo o cero deformación en las superficies laterales del modelo, por lo tanto para que se simulen las condiciones de campo se requiere que existan esas condiciones.

El empleo de análisis en dos direcciones se puede ampliar aplicando al modelo una carga hidrostática lateral.

En la figura 4.10 se muestra una malla típica para el análisis de un talud por elementos finitos (Ashford y Sitar 1994). Generalmente, las mallas analizadas contienen

elementos de tamaño uniforme con anchos(w) y alturas(h) iguales. El tamaño y forma de los elementos influye en forma importante sobre los resultados obtenidos. Es común que entre más pequeños sean los elementos se obtienen mayores niveles de esfuerzos de tensión en la cresta del talud, para el caso de la figura 4.10.

La altura del elemento es tal vez el factor más importante y se recomiendan por lo menos diez niveles de elementos entre el pie y la cabeza del talud para simular en forma precisa el comportamiento del talud.

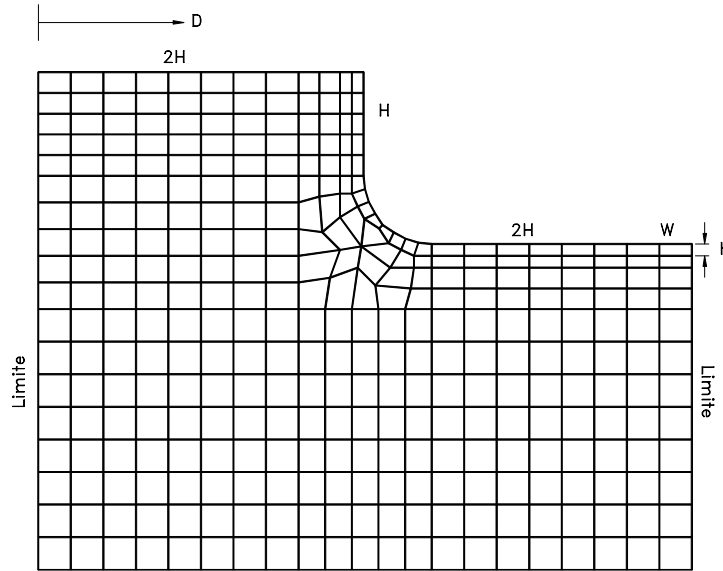


Figura 4.10 Malla típica para el análisis de un talud vertical por elementos finitos (Ashford y Sitar 1994).

Existe en la literatura una gran cantidad de sistemas de elementos finitos con sus respectivos programas de computador, especialmente para taludes en roca, donde los defectos geológicos de la roca, más que la resistencia de la roca en sí, controlan la estabilidad de un talud determinado. Los modelos numéricos son muy útiles para analizar fallas en las cuales no existe una superficie continua de cortante como es el caso de las fallas por "volteo". La incorporación de los defectos o discontinuidades dentro del modelo permiten estudiar el comportamiento del talud. Los elementos finitos pueden emplearse para estudiar las diversas posibilidades de falla en un talud con juntas o para encontrar los efectos de varios sistemas de estabilización para el estudio en casos generales, donde las propiedades de los suelos o rocas y condiciones de frontera se pueden suponer.

Análisis en tres dimensiones

La mayoría de los deslizamientos posee una geometría en tres dimensiones; varios autores han presentado métodos de análisis. De los cuales merece especial interés el de Yamagami y Jiang (1996). Este método utiliza las ecuaciones de factor de seguridad de Janbú, junto con un esquema de minimización basado en programación dinámica. Con

este programa se obtiene la superficie de falla crítica en tres dimensiones, sin restricción a la forma de la falla, su respectivo factor de seguridad y la dirección del movimiento (Figura 4.11).

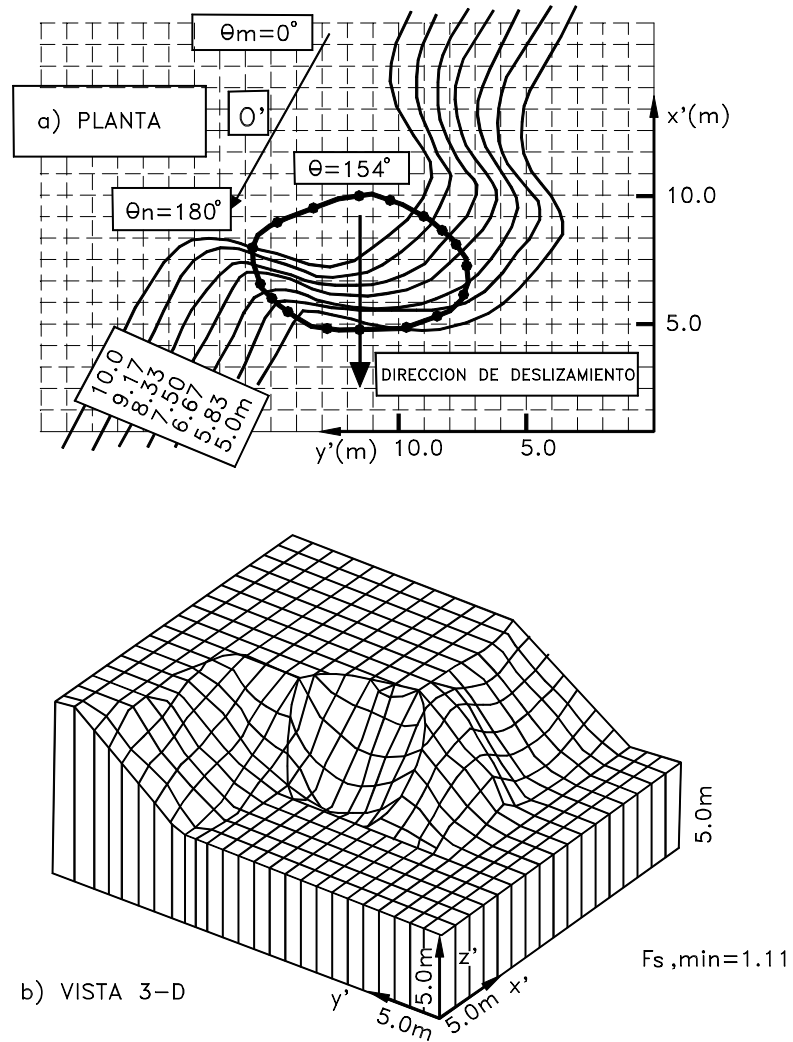


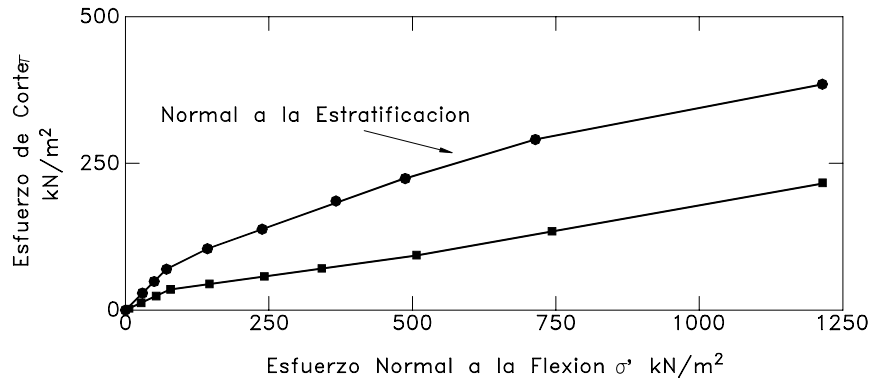
Figura 4.11 Dirección del deslizamiento y superficie de falla crítica en un análisis en tres dimensiones (Yamagami y Jiang, 1996).

4.5 ANALISIS DE ESTABILIDAD DE TALUDES EN ROCA

Con excepción de los casos de rocas sanas completamente sin fracturas, los cuales son muy raros, la mayoría de las masas de roca deben ser consideradas como un ensamble

de bloques de roca intacta, delimitados en tres dimensiones por un sistema o sistemas de discontinuidades.

Estas discontinuidades pueden ocurrir de una forma errática o en forma repetitiva como grupos de discontinuidades. Este sistema de discontinuidades usualmente, se le conoce como fábrica estructural de la masa de roca y puede consistir de orientación de granos, estratificación, juntas, foliaciones y otras discontinuidades de la roca. La resistencia de la roca a lo largo de la estratificación es diferente a la resistencia normal a la estratificación como se observa en la Figura 4.12 para la Lutita Cucaracha, en el Canal de Panamá.



Resistencia de la Lutita Cucaracha

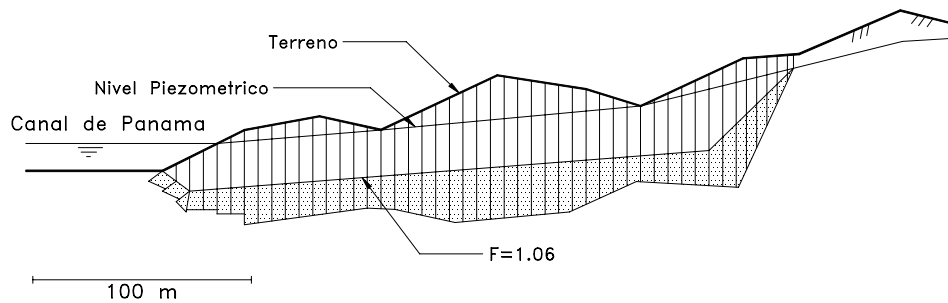


Figura 4.12 Resistencia al cortante de la roca en el deslizamiento de Cucaracha, en el canal de Panamá.

En la mayoría de los casos las propiedades ingenieriles de la roca fracturada, tales como resistencia, permeabilidad y deformabilidad, dependen más de la naturaleza de la fábrica estructural, que de las propiedades de la roca intacta.

Se requiere para realizar el análisis, el conocer las siguientes propiedades de la fabrica estructural:

a. Orientación

Representada por dos parámetros rumbo y buzamiento.

b. Persistencia o continuidad

La persistencia determina el tamaño de los bloques o masas que podrían moverse.

c. Espaciamiento

La distancia entre dos discontinuidades de la misma familia y junto con la persistencia definen el tamaño de los bloques.

d. Propiedades de la superficie de la discontinuidad

La forma y rugosidad de la discontinuidad que tiene un efecto importante en la resistencia al cortante.

e. Relleno

La abertura y minerales de relleno así como sus propiedades de resistencia, influyen en forma significativa en la estabilidad de los macizos rocosos.

El primer paso es analizar la orientación de las discontinuidades y el segundo paso es el análisis de estabilidad o equilibrio para comparar las fuerzas actuantes con las fuerzas resistentes.

Tipos de falla

Generalmente se analizan cinco tipos de falla así:

a. Falla planar

Controlada por una sola discontinuidad.

b. Falla de cuña

Controlada por dos discontinuidades.

c. Falla en escalera

Controlada por varias discontinuidades a diferentes niveles.

d. Falla por volteo

Involucra columnas de roca definidas por discontinuidades de buzamiento de gran magnitud.

e. Fallas circulares

Ocurren en masas rocosas que están muy fracturadas o compuestas de material con muy baja resistencia al cortante.

Análisis estereográfico de la estructura

Desde el punto de vista de análisis, la característica más importante de una discontinuidad es su orientación (rumbo y buzamiento). La interpretación de los datos geológicos estructurales requieren del uso de proyecciones estereográficas que permiten la representación en dos dimensiones, de datos en tres dimensiones. Las proyecciones más comúnmente utilizadas son la red de áreas iguales y la red polar (Figura 4.13).

Para efectos prácticos se recomienda analizar las referencias de Hoek y Bray (1981,1980) y de Goodman (1976). En este caso los planos son representados por líneas y las líneas son representadas por puntos, considerando solamente las relaciones angulares entre líneas y planos.

El concepto fundamental de la proyección estereográfica es una esfera que tiene una orientación fija de su eje relativo al norte y su plano ecuatorial, relativo al horizontal. La localización de los puntos corresponde a una línea y la intersección de dos planos se define como una línea. Las proyecciones estereográficas se pueden presentar como puntos con sus respectivos símbolos o por medio de contornos de áreas (Figuras 4.13 y 4.14).

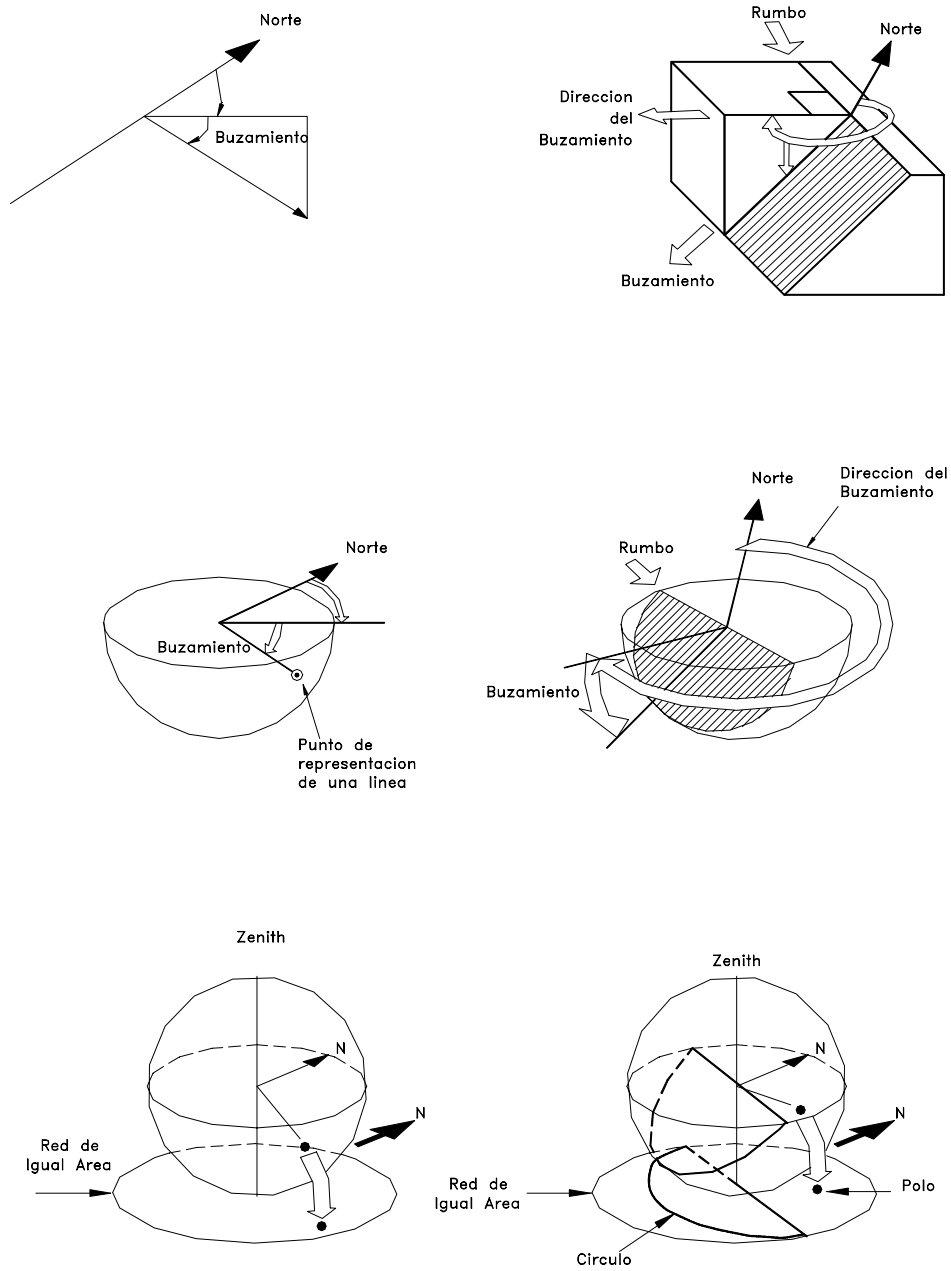


Figura 4.13 Fundamentos de la proyección estereográfica.

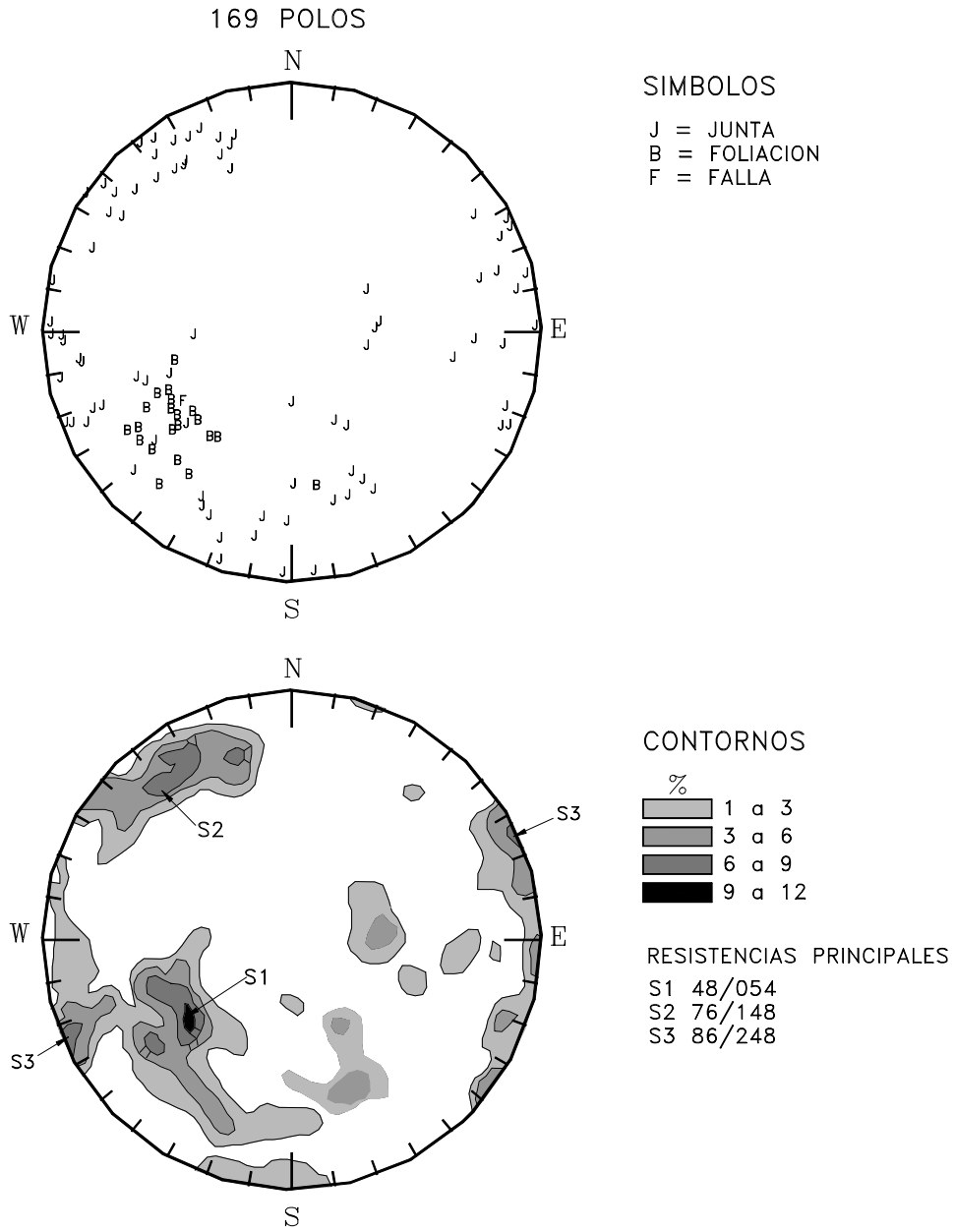


Figura 4.14 Ejemplo de proyección estereográfica.

Análisis de falla planar

Las fallas planas ocurren a lo largo de una superficie aproximadamente plana y se analizan como un problema en dos dimensiones. Aunque pueden existir otras discontinuidades que definen los límites laterales de los movimientos, solo se tiene en cuenta el efecto de la discontinuidad principal. El tamaño de las fallas planares puede ir desde unos pequeños metros cúbicos a montañas enteras.

El análisis cinemático tiene en cuenta cuatro condiciones estructurales así:

- La dirección de la discontinuidad debe estar a menos de 20 grados de la dirección de la superficie del talud.
- El buzamiento de la discontinuidad debe ser menor que el buzamiento de la superficie del talud.
- El buzamiento de la discontinuidad debe ser mayor que su ángulo de fricción.
- La extensión lateral de la masa potencial de falla debe ser definida por superficies laterales que no contribuyen a la estabilidad. Si las condiciones anteriores se cumplen la estabilidad puede evaluarse por el método del equilibrio límite. El análisis de estabilidad requiere la solución de fuerzas perpendiculares y paralelas a la superficie de falla potencial.

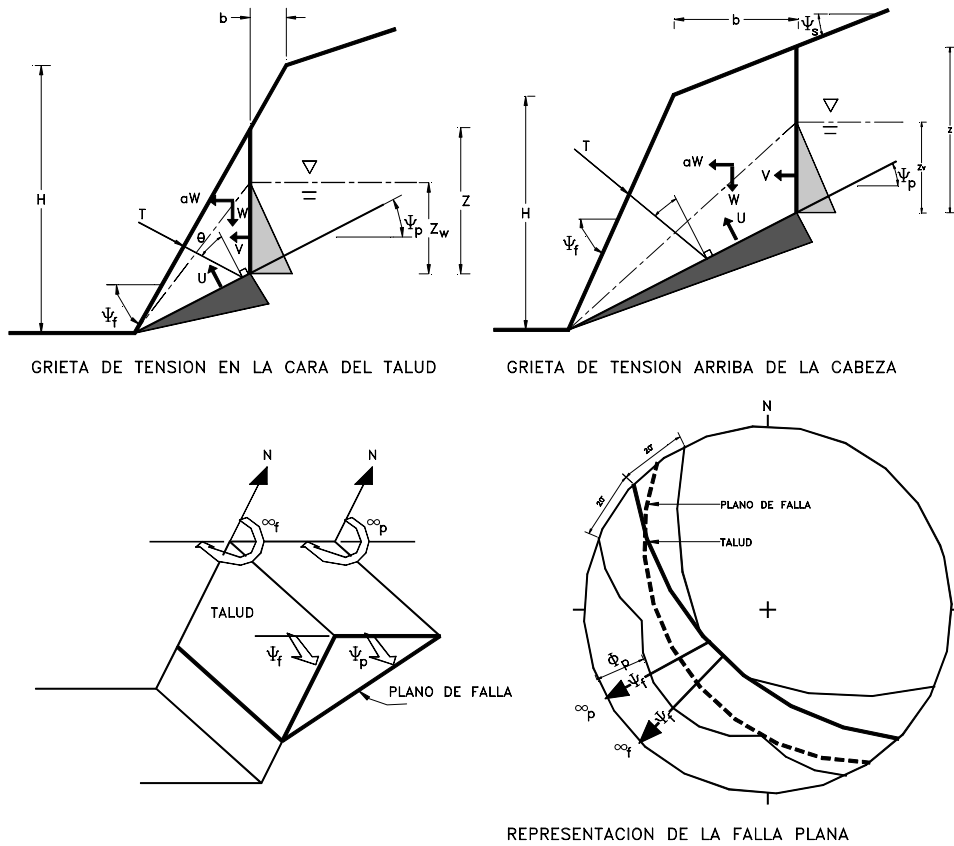


Figura 4.15 Esquema y representación de varios casos de falla plana.

En la Figura 4.15 se presentan esquemas de una falla plana con grieta de tensión en la cara del talud, con grieta de tensión arriba de cabeza del talud y una representación esquemática general de la falla plana.

De acuerdo con la localización de la grieta de tensión se pueden considerar dos casos:

- Con grieta de tensión en la cara del talud, abajo de la cabeza.
- Con grieta de tensión arriba de la cabeza del talud

Las ecuaciones de estabilidad son las siguientes:

Para el caso a (Grieta abajo de la cabeza):

- Profundidad de la grieta $Z = (H \cot \Psi_f - b) (\tan \Psi_f - \tan \Psi_p)$
- Peso del bloque $W = (\frac{1}{2}) \gamma_r H^2 [(1-Z/H)^2 \cot \Psi_p (\cot \Psi_p \tan \Psi_f - 1)]$
- Area de deslizamiento $A = (H \cot \Psi_f - b) \sec \Psi_p$

Para el caso b (Grieta arriba de la cabeza):

- Profundidad de la grieta $Z = H + b \tan \Psi_s - (b + H \cot \Psi_f) \tan \Psi_p$
- Peso del bloque $W = (\frac{1}{2}) \gamma_r H^2 \cot \Psi_f X + bHX + Bz$
 $X = (1 - \tan \Psi_p \cot \Psi_f)$
- Area de deslizamiento $A = (H \cot \Psi_f + b) \sec \Psi_p$

Para ambos casos:

- Fuerza de subpresión del agua $U = (\frac{1}{2}) \gamma_w Z_w A$
- Fuerza de empuje del agua $V = (\frac{1}{2}) \gamma_w Z_w^2$

Factor de seguridad:

$$FS = \frac{\{cA + [W(\cos \psi_p - a \operatorname{sen} \psi_p) - U - V \operatorname{sen} \psi_p + T \cos \theta] \tan \phi\}}{[W(\operatorname{sen} \psi_p + a \operatorname{cos} \psi_p) + V \operatorname{cos} \psi_p - T \operatorname{sen} \theta]}$$

Donde:

- H = Altura de cara del talud
- Ψ_f = Inclinación del talud
- Ψ_s = Inclinación de la corona
- Ψ_p = Inclinación del plano de falla
- b = Distancia de la grieta
- a = Aceleración sísmica
- T = Tensión de pernos o anclajes
- θ = Inclinación de los tensores con la normal a la falla
- c = Cohesión
- ϕ = Angulo de fricción
- γ_r = Densidad de la roca
- γ_w = Densidad del agua
- Z_w = Altura de agua en la grieta
- Z = Profundidad de la grieta
- U = Fuerza de subpresión del agua
- V = Fuerza de empuje del agua
- W = Peso del bloque
- A = Area de la superficie de falla.

En las ecuaciones anteriores también se incorporan las fuerzas del agua y las fuerzas de estabilización por medio de pernos o anclajes. Es importante definir con anterioridad al análisis, la localización de la grieta de tensión, aunque en algunos casos los movimientos no se han iniciado y la grieta de tensión se puede obtener utilizando la expresión siguiente (Hoek y Bray, 1981):

$$B/H = \sqrt{(\cot \psi_f \cot \psi_f) - \cot \psi_f}$$

La expresión presentada para el Factor de Seguridad puede ser simplificada para algunos casos, por ejemplo:

1. No hay fuerzas externas (a y T =0):

$$FS = \frac{[cA + (W \cos \psi_p - U - V \sin \psi_p) \tan \phi]}{(W \sin \psi_p + V \cos \psi_p)}$$

2. No hay fuerzas externas ni presión de agua:

$$FS = \frac{(cA + W \cos \psi_p \tan \phi)}{W \sin \psi_p}$$

3. No hay fuerzas externas ni presión de agua, ni cohesión:

$$FS = \frac{(\tan \phi)}{\tan \psi_p}$$

Análisis de falla en cuña

La falla en cuña ocurre cuando la masa de roca se desliza a lo largo de dos discontinuidades que se interceptan en un ángulo oblicuo a la superficie del talud (Figura 4.16). La formación de una falla en cuña depende primordialmente, de la litología y de la masa de roca.

El análisis cinemático de una falla en cuña es controlado por la orientación de la línea de intersección de los dos planos. Las condiciones estructurales que se deben cumplir son las siguientes:

- a. La dirección de la línea de intersección debe ser aproximadamente cercana a la del buzamiento de la superficie del talud.
- b. El buzamiento de la línea de intersección debe ser menor que el de la superficie del talud.
- c. El buzamiento de la línea de intersección debe ser mayor que el ángulo de fricción promedio de las dos superficies.

En las figuras 4.17 y 4.18 se presenta el esquema gráfico del análisis cinemático de la falla en cuña.

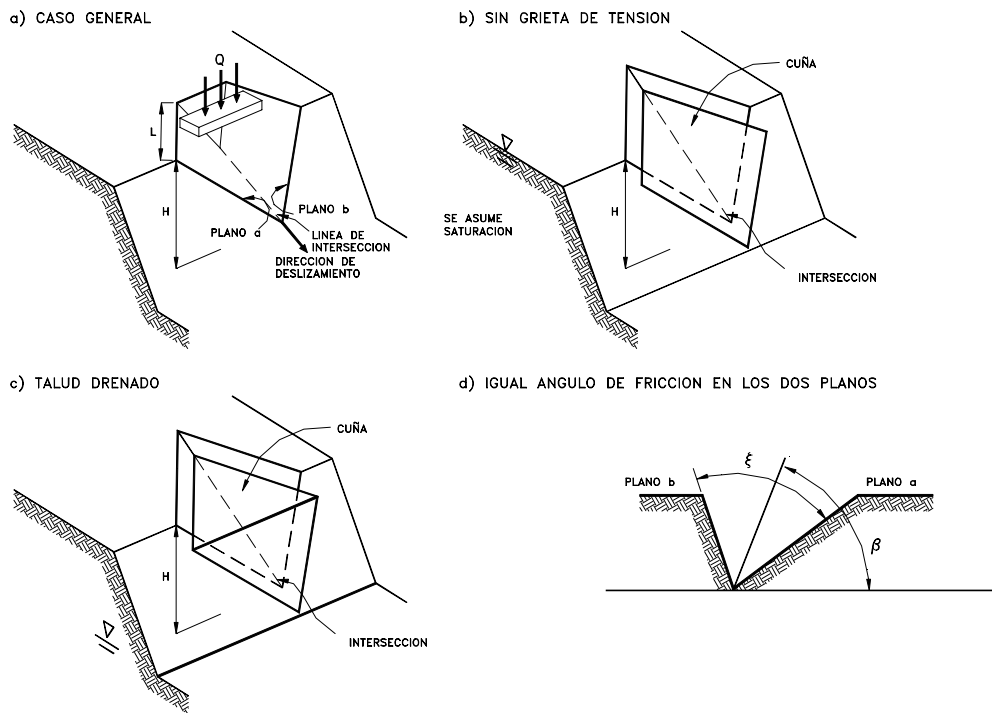


Figura 4.16 Esquema general de la falla en cuña.

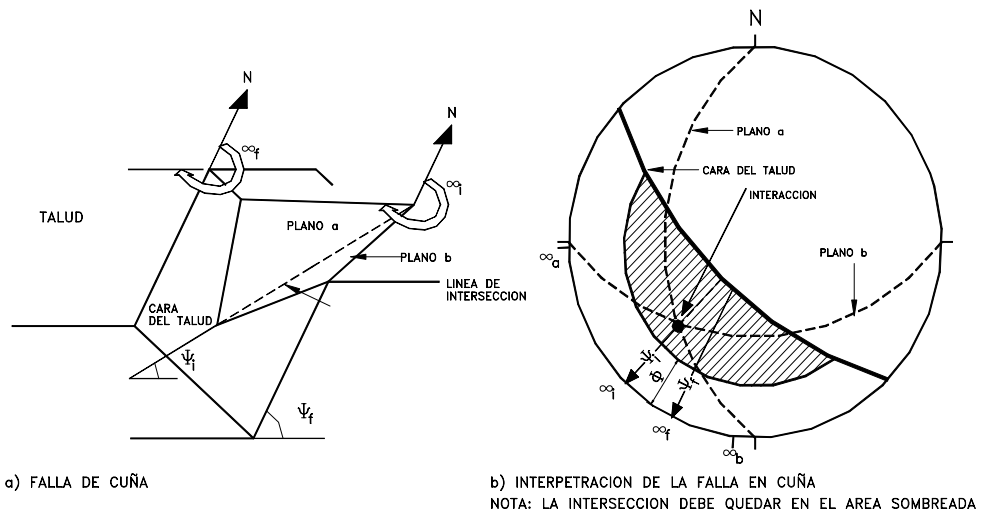


Figura 4.17 Análisis cinemático de la falla en cuña (Hoek y Bray, 1981).

Una vez se ha realizado el análisis cinemático, usando métodos estereográficos, se puede calcular el Factor de Seguridad.

a. Caso general

$$FS = \frac{3}{\gamma_r H} (c_a \bullet X + c_b \bullet Y) + \left(A - \frac{\gamma_w}{2\gamma_r} Y \right) \tan \phi_b$$

Donde:

C_a y c_b = cohesiones

ϕ_a y ϕ_b = ángulos de fricción

γ_r = Peso unitario de la roca

γ_w = Peso unitario del agua

H = Altura total del bloque

X , Y , A y B dependen de la geometría

Ψ_a = Buzamiento de los planos a y b

Ψ_i = Buzamiento de la intersección

$$X = \frac{\text{sen } \theta_{24}}{\text{sen } \theta_{45} \bullet \text{Cos } \theta_{na} \bullet 2}$$

$$Y = \frac{\text{sen } \theta_{13}}{\text{sen } \theta_{35} \bullet \text{Cos } \theta_{NBa} \bullet 1}$$

$$A = \frac{\text{Cos } \psi_a - \text{cos } \psi_b \bullet \text{cos } \theta_{na} \bullet nb}{\text{sen } \psi_i \bullet \text{sin}^2 \theta_{na} \bullet nb}$$

$$B = \frac{\text{Cos } \psi_b - \text{cos } \psi_a \bullet \text{cos } \theta_{na} \bullet nb}{\text{sen } \psi_i \bullet \text{sen}^2 \theta_{na} \bullet nb}$$

b. Talud drenado

$$FS = \frac{3}{\gamma_r H} (c_a X + c_b Y) + A \tan \phi_a + B \tan \phi_b$$

c. Talud no cohesivo

$C = 0$ (solo fricción)

$FS = A \tan \phi_a + B \tan \phi_b$

d. Igual ángulo de fricción en los dos planos

$$FS = \frac{\text{sen } \beta}{\text{sen}(\xi / 2)} \cdot \frac{\tan \phi}{\tan \psi_i}$$

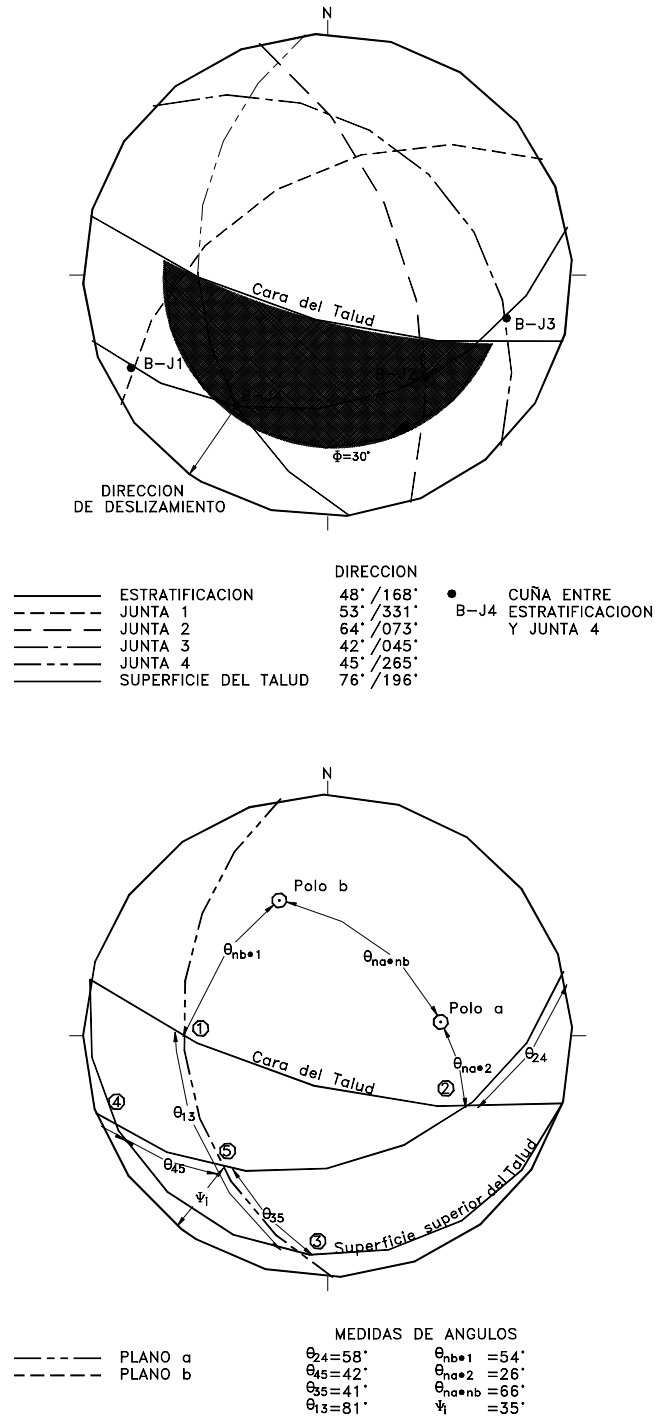


Figura 4.18 Ejemplo de representación de una falla en cuña (Norrish y Wyllie, 1996).

Análisis de falla al volteo

Las fallas al volteo ocurren en masas de roca que están subdivididas en una serie de columnas de gran buzamiento y con rumbo aproximadamente paralelo a la superficie del talud. En la falla al volteo la columna de roca rota alrededor de un punto cerca a la base de la misma columna (Figura 4.19).

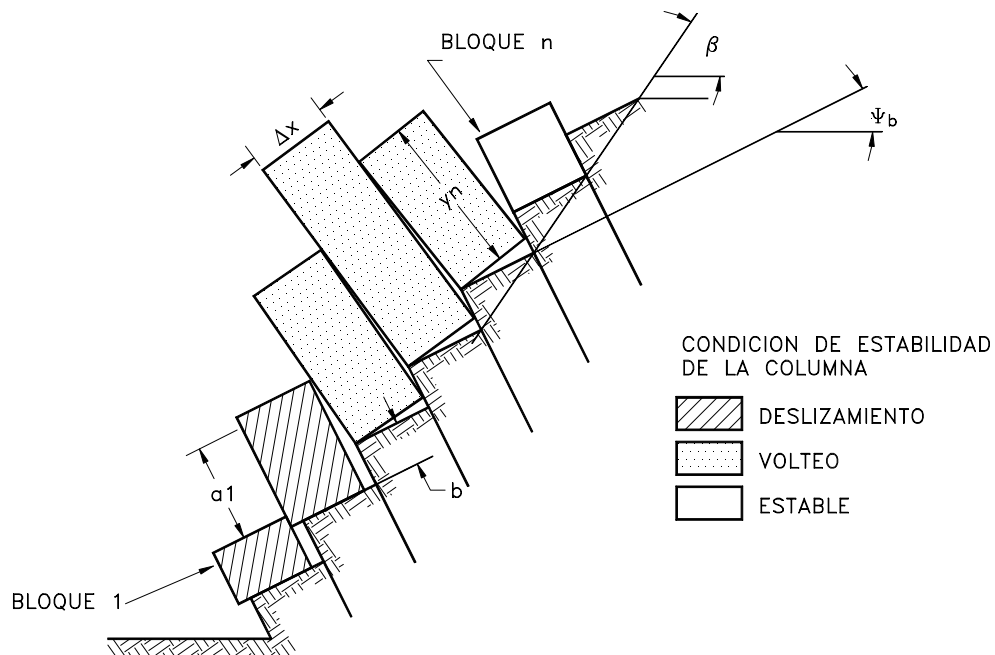


Figura 4.19 Esquema general de la falla al volteo.

El análisis cinemático requiere para que ocurra volteo, que se presenten las siguientes condiciones:

- a. El rumbo de las capas debe ser aproximadamente paralelo a la superficie del talud. En ningún caso la diferencia debe ser superior a 20 grados (Figura 4.20).
- b. El buzamiento debe cumplir la siguiente condición:

$$(90^\circ - \Psi_p) \leq (\Psi_f - \phi_p)$$

Donde:

Ψ_p = Buzamiento de las capas

Ψ_f = Buzamiento de la superficie del talud

ϕ_p = Angulo de fricción a lo largo de los planos.

El procedimiento de análisis no es tan claro como para los otros tipos de falla y se sugiere consultar las referencias de Goodman y Bray (1976) y Hoek y Bray (1981).

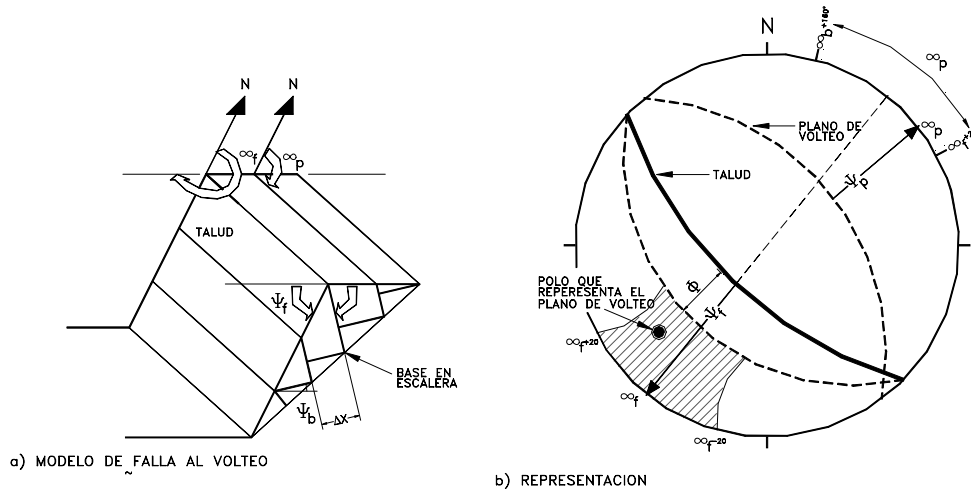


Figura 4.20 Análisis cinemático de la falla al volteo (Norris y Wyllie, 1996).

4.6 ANALISIS SISMICO

Los eventos sísmicos son capaces de inducir fuerzas de gran magnitud, de naturaleza cíclica, las cuales pueden producir la falla rápida de taludes y laderas. Además, la resistencia al corte de un suelo puede reducirse a causa de cargas oscilatorias que generan deformaciones cíclicas, o debido a la generación de presiones altas de poros. La combinación entre la acción de las cargas sísmicas y la disminución de la resistencia pueden producir una disminución general de la estabilidad. El caso más crítico es el de materiales no plásticos de grano fino como son los limos o las arenas finas.

En el análisis de estabilidad se requiere analizar los cinco factores que se indican a continuación:

- Magnitud de la fuerza sísmica.
- Disminución de la resistencia a causa de las cargas oscilatorias.
- Disminución de la resistencia por aumento de la presión de poros.
- Fenómeno de resonancia.
- Amplificación de las cargas sísmicas por la presencia de suelos blandos.

Se han propuesto cuatro métodos de análisis para la evaluación de la estabilidad de taludes y laderas, en el caso de eventos sísmicos (Houston 1987):

- Método seudoestático en el cual las cargas del sismo son simuladas como cargas estáticas horizontales y verticales.
- Método del desplazamiento o las deformaciones, el cual se basa en el concepto de que las aceleraciones reales pueden superar la aceleración límite permitida, produciendo desplazamientos permanentes (Newmark 1965).
- Método de la estabilidad después del sismo, la cual es calculada utilizando las resistencias no drenadas, en muestras de suelo representativas que han sido sometidas previamente a fuerzas cíclicas comparables a las del sismo esperado (Castro, 1985).

- Método de análisis dinámico por elementos finitos. Por medio de un análisis en dos o tres dimensiones, utilizando un modelo específico se pueden obtener detalles relacionados con esfuerzos, deformaciones cíclicas o permanentes (Finn 1988, Prevost 1985).

Los dos primeros métodos son los más utilizados en la práctica de la geotécnica debido, especialmente a su facilidad de implementación.

El análisis sísmico se presenta a detalle en el capítulo 9.

REFERENCIAS

- Abramson, L.W., Lee T.S., Sharma S., Boyce G.M.,(1996), "Slope stability and stabilization methods". Wiley-Interscience, 629 p.
- Ashford S.A., Sitar N. (1994). "Seismic response of steep natural slopes" Report UCB/EERC-94/05 University of California at Berkeley , 207 p.
- Barnes, G.E. (1991), "A simplified version of the Bishop and Morgenstern Slope-Stability Charts", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 28, No.4, pp. 630-632.
- Benko B. , Stead D. (1993) "The characterization and prediction of landslide movements using numerical modelling techniques". Seventh international conference and field workshop on landslides in Czech and Slovak Republics , pp. 131-136.
- Bishop A.W. Morgenstern N. (1960) "Stability Coefficients for Earth Slopes". Geotechnique Vol 10, No. 4,.
- Bishop A.W. (1955) "The Use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Slopes". Geotechnique. Vol 5, No. 1.
- Bishop, A.W., Bjerrum L. (1960). "The relevance of the triaxial test to the solution of stability problems". In Proc., ASCE Research conference on the shear strength of cohesive soils. Boulder, Colorado, American Society of civil engineers, New York, pp. 437-501.
- Castro, G., Poulos S.J., Leathers F.D., (1985). "Re-examination of slide of lower San Fernando Dam," Journal of the geotechnical engineering division, ASCE, Vol. 111, No. GT-9, pp. 1.093-1.107.
- Charles, J.A. , Soares M.M., (1984),"Stability of compacted rockfill slopes", Geotechnique, Vol. 34, No.1, pp. 61-70.
- Chen W.F., Huang T.K.(1994) "Plasticity analysis in geotechnical engineering: From theory to practice". Proceedings symposium on developments in geotechnical engineering. Bangkok pp. 49-80.
- Chen, W.F., Giger M.W., (1971), "Limit analysis of slopes", Journal of the soil mechanics and foundation division, ASCE, Vol. 97, No. SM-1, January, pp.19-26.
- Chugh, A.K., (1981). "Pore water pressure in natural slopes", International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics, Vol. 5, pp. 449-454.
- Clough, R.W. , Woodward R.J., (1967), "Analysis of Embankment Stresses and deformations," Journal of geotechnical division, ASCE, July, pp 529-549.
- Corps of engineers, (1982), "Slope stability manual". EM.1110-2-1902, Washigton, D.C., department of the Army, Office of the chief of engineers.
- Cousin, B.F., (1978), "Stability charts for simple earth slopes", Journal of Geotechnical division, ASCE, Vol. 104, No. GT-2, February, pp. 267-279.
- Dodd J. , Anderson W. (1971). "Tectonic Stresses and Rock Slope Stability". Thirteenth Symposium on Rock Mechanics, Urbana, Illinois, p.p. 171 - 182.
- Duncan J.M.(1996) "Soil slope stability analysis". Landslides investigation and mitigation. Special report 247. Transportation research Board. National research council. Pp. 337-371.
- Fellenius W. (1936). "Calculation of the Stability of Earth Dams". Second Congress on Large Dams, Washington D.C.
- Finn, W.D. (1988) "Dynamic analysis in geotechnical engineering". Proceedings of earthquake engineering and soil dynamics II-Recent Advanced in ground motion evaluation, J.L. Von Thun, Edd. Park City, Utah: ASCE, Geotechnical Special Publication No. 20.
- Freddlund D.G. , Krahn J.(1977) "Comparison of slope stability methods of analysis", Canadian geotechnical Journal, Vol. 14, pp. 429-439.
- Gibson, M. , Morgenstern N.R., (1962) "A note on the stability of cuttings in normally consolidated clays", Geotechnique, Vol. 12, No. 3, pp. 212-216.

- Goodman, R.E. (1976) "Methods of Geological engineering in discontinuous Rock". West Publishing Co., St. Paul, Minn., 472 pp.
- Goodman, R.E., Bray J.W. (1976) "Toppling of rock slopes". In Proc., Specialty conference on rock engineering for foundations and slopes, Boulder, Colo., American Society of civil engineers, New York, Vol.2, pp. 201-234.
- Hoek, E. , Bray J.W., (1977), "Rock slope engineering". London: Institute of mining and metallurgical engineering.
- Hoek, E. , E.T Brown. (1980) "Underground excavations in rock". Institution of mining and metallurgy, London, 527 p.
- Hoek, E., Bray. J.W. (1981) "Rock slope engineering" 3erd. Ed. Institution of mining and metallurgy, London, 402 pp.
- Houston, S.L., Houston W.N., Padilla J.M., (1987) "Microcompute. aided evaluation of earthquake-induced permanent slope displacements," Microcomputers in civil engineering, Vol.2, Amsterdam: Elsevier, pp. 207-222.
- Hunter, J.H. , Schuster R.L. (1968), "Stability of simple cuttings in normally consolidated clays", Geotechnique, Vol. 18, No. 3, pp. 373-378.
- Hynes-Griffin, M.E. (1984), " Rationalizing the seismic coefficient method", Miscellaneous paper G.L. 84-13, U.S., Army Engineer Waterways experiment station, Vicksburg, Mississippi.
- Janbú N. (1954) "Stability Analysis of Slopes with Dimensionless parameters". Harvard Soil Mechanics Series No. 46.
- Janbú N. (1967) "Dimensionless Parameters for Homogeneous Earth Slopes", Discussion, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol 93, No. SMG Nov..
- Janbú N. (1973) "Slopes Stability Computations. Embankment Dam Engineering". Casa grande Volume, New York, John Wiley.
- Janbú, N. (1968) "Slope stability computations". Soil mechanics and foundation engineering report. Technical University of Norway, Trondheim.
- Jibson, R.W. , Keefer D.K., (1993), "Analysis of the seismic origin of landslides: Examples from the New Madrid seismic zone", Geological Society of America Bulletin, Vol. 21 No.4, pp. 521-536.
- Jibson, R.W., D.K. Keefer, (1993). "Analysis of the seismic origin of landslides: examples from the New Madrid seismic zone" Geological Society of America Bulletin, Vol. 21, No.4, pp. 521-536.
- Keefer, D.K. , Wilson R.C., (1989) " Predicting earthquake-induced Landslides, with emphasis on arid and semi-arid Environments", Proceedings of Landslides in a semi-arid Environment, Vol.2, Riverside, California, Inland Geological Society, pp.118-149.
- Morgenstern N. , Price V. (1965). "The Analysis of the Stability of General Slip Surfaces", Geotechnique Vol 15, March.
- Norrish N.I. , Wyllie D.C., (1996)."Rock slope stability analysis". Landslides investigation and mitigation. Special report 247. Transportation Research Board. National research council. Pp. 391-425.
- O'Connor, M.J. , Mitchell, (1977). "An extension of the Bishop and Morgenstern slope stability charts," Canadian Geotechnical Journal. Vol. 14 No.1 pp. 144-151.
- Prevost, J.H., Abdel-Ghaffar A.M. , Lacy S.J., (1985), "Nonlinear dynamic analysis of an earth Dam", Journal of the geotechnical engineering division, ASCE, Vol. 111, No. GR-7, pp. 882-897.
- Skempton A.W. (1977). "Slope stability of cuttings in London clay". In Proc., Ninth international conference on soil mechanics and foundation engineering, Tokyo, pp. 261-270.
- Skempton A.W. (1985). "Residual strength of clays in landslides, folded strata, and the laboratory". Geotechnique, Vol. 35, No. 1, pp. 3-18.
- Skempton, A.W.(1970). "First-time slides in over consolidated clays". Geotechnique, Vol. 20, No. 4, pp. 320-324.
- Spencer, E. (1967), " A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces," Geotechnique, Vol 17 pp 11-26.
- Taylor D.W. July (1937). "Stability of Earth Slops". Journal of the Boston Society of Civil Engineers.
- Taylor, D.W. (1937), "Stability of earth slopes" Journal of the Boston Society of civil engineers, pp. 337-386.
- Wong, F.S. (1984), " Uncertainties in FE modelling of slope stability", Computers & structures, New York; Pergamon, Vol. 19, No.5/6, pp. 777-791